TAS Journal
Vol. 1, n. 1, p. 30-39.
MARÇO 2017
jmontezijr@hotmail.com

Algoritmo do caminho mínimo de Dijkstra aplicado à linha de manufatura enxuta

Montezi JCJr*

** Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.*

Resumo: Os registros matemáticos mais antigos, cerca de 3000 anos antes de Cristo, foram encontrados na Mesopotâmia, ainda em escrita cuneiforme. Desde então, passamos por contribuições muitíssimo significativas, feitas por diversos povos. Tenha sido com o desenvolvimento de ferramentas para calcular, como o ábaco feito pelos chineses, com inscrições de memorial de equações, como o papiro de Rhind, colaboração dos egípcios, ou ainda, nas relações de correspondência entre a aritmética e a geometria, de Pitágoras, a matemática, durante praticamente toda a história da humanidade, dá subsídio para o desenvolvimento das demais áreas da ciência e da sociedade como um todo. As aplicações são as mais diversas possíveis, aplica-se métodos matemáticos para áreas e resoluções de problemas que certamente o autor do método não imaginava que pudesse ser aplicado no momento de sua concepção. Neste caminho, a proposta deste trabalho é usar o algoritmo do caminho mínimo de Dijkstra, atualmente usado para sugestões de rotas em sistemas de posicionamento global (GPS), interagindo com as metodologias oriundas da filosofia do meio de produção enxuta, *Lean Manufacturing* ou *Toyotismo* para atender as linhas de produção industriais. O desenvolvimento do trabalho resume-se em criar um código de programação, em linguagem de MatLab, baseado na lógica de Dijkstra, pelo o qual, será possível verificar qual o caminho menos custoso numa linha hipotética de produção. Através de interações no software, MatLab, a lógica e os resultados proporcionados como resposta do programa puderam ser apurados. A conclusão é positiva, uma vez que conseguimos observar que o programa imprime como resposta aos dados de entrada, o menor caminho possível entre dois pontos, ou seja, colocando a leitura de processos industrias e a filosofia *Lean*: o caminho de menor custo possível.

Palavras Chave: *Caminho Mínimo, Dijkstra, Lean Manufacturing, Algoritmo Matemático, MatLab*

Introdução: A filosofia *Lean Manufacturing* representou um marco na mudança das diretrizes do sistema de produção tradicional. Substituindo as pesadas linhas de montagem desenvolvidas pelo modelo Fordista, produção em larga escala, por pequenas células de trabalho onde a flexibilidade dos equipamentos e a polivalência das pessoas trouxeram significativos ganhos de resultados. Estava, entretanto, embasada em células de trabalho definidas para produzir variantes de uma determinada família de produtos, embora, cada família de produtos possuísse características semelhantes, logo todos os equipamentos das células de trabalho deveriam ser desenvolvidos com competências de facilidade de adaptação ao mix de produção da célula (1). O novo desafio está em manter essa flexibilidade para uma gama maior e cada vez mais diversificada de produtos com reduzidos tempos de preparação, garantindo da mesma forma agilidade, eficiência e eficácia dos processos. Sistematizar os ganhos através de métodos de cálculo matemáticos de maneira a tornar compreensível em linguagem máquina onde atuar para que não haja desperdícios, pode ser uma saída para que continuemos a obter melhorias nos processos, bem como nos tempos de espera e de produção, e também, na padronização das atividades, mesmo em sistemas cada vez mais automatizados, ou até mesmo autônomos.

***Lean Manufacturing*:** A crise é um momento para crescer, o atual cenário nos motiva a buscar ferramentas e métodos que nos expulsem da zona de conforto (se é que algum dia tivemos uma zona confortável) e nos elevem em relação ao patamar de produtividade e racionalização do desperdício. Um exemplo clássico é o que fez a Toyota depois da segunda guerra mundial, com os recursos econômicos limitados e com o país praticamente sem recursos naturais disponíveis, sem condições para implementar as técnicas de produção em massa, como na época esbanjavam os americanos, os japoneses viram-se em face a inédita dificuldade e obrigados a se reinventarem. Surgiu uma nova cultura de produção, mais do que uma metodologia de produção, uma evolução no que diz respeito a como administrar os processos produtivos, o *Lean Manufacturing*.

O *Lean Manufacturing*, também conhecido como Sistema Toyota de Produção (TPS - acrônimo do inglês *Toyota Production System*) objetiva aumentar a eficiência da produção pela eliminação contínua de desperdícios (2).

Enquanto o sistema de produção em massa desenvolvido por Taylor e Ford procurava reduzir os custos unitários dos produtos através da produção em larga escala, especialização e divisão do trabalho, o sistema Toyota visava a produção de pequenos lotes, permitindo uma maior variedade de produtos, eliminando os grandes estoques e oferecendo ao consumidor a possibilidade de escolha entre produtos de características diferentes, entretanto, todos com alto padrão de qualidade(3).

Uma vez implantado o pensamento *Lean*, a produção enxuta tende a atingir zero defeitos, zero tempo de preparação de processos, estoque zero, movimentação zero, quebra zero e tempo de entrega zero (4).

Rede de Petri: Rede de Petri é uma poderosa ferramenta capaz de modelar o comportamento de sistemas através de representação matemática. Proposta por Carl Adam Petri, as Redes de Petri consistem em representar um sistema de maneira esquemática através de um grafo direcionado,

TAS Journal
Vol. 1, n. 1, p. 30-39.
MARÇO 2017
jmontezijr@hotmail.com

bipartido e ponderado, com marcação inicial, lugares e transições, interligado por arco orientados, que por sua vez, podem possuir diferentes pesos (5). Assim as Redes de Petri apresentam-se como um grande aliado no contexto de mapear, descrever e controlar as manufaturas aditivas, sistemas com integração horizontal e vertical e ambiente de simulação computacional. A figura 1, a seguir, exemplifica como uma Rede de Petri pode ser representada.

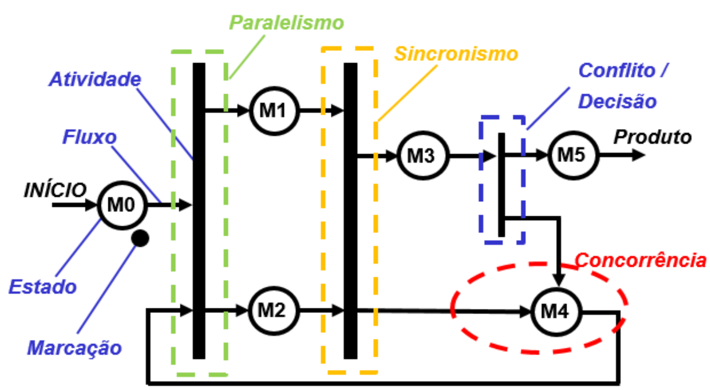

Figura 1. Exemplo de Modelagem por Rede de Petri.

Caminho Mínimo: O algoritmo do caminho mínimo consiste em um código lógico, proposto por Dijkstra, o qual tem por objetivo calcular o caminho de menor custo entre vértices de um grafo. Uma vez escolhido um vértice como início para a busca, o algoritmo calcula o custo mínimo deste vértice para todos os demais vértices do grafo (6). O algoritmo de Dijkstra tem se demostrado bastante eficiente em aplicações como roteamento de dados em redes de computadores ou na determinação de caminhos em aplicativos de sistemas de posicionamento global (GPS). Temos, contudo, a ressalva de que sua performance estará comprometida caso haja presença de arcos com valores negativos (7). A seguir a figura 2 traz o algoritmo de Dijkstra.

```
algorithm DIJKSTRA( G, w, s)
begin
    INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s);
    S ← Ø;
    Q ← V [G];
    while Q ≠ Ø do
        begin
            u ← EXTRACT-MIN(Q);
            S ← S U {u};
            for each edge v Є Adj [u] do
                begin
                    RELAX(u, c, w);
                end;
        end;
end;
```

```
algorithm INITIALIZE-SINGLE-SOURCE(G, s)
begin
    for each edge v Є V [C] do
        begin
            d [v] ← ∞;
            π [v] ← NIL;
        end;
    d [s] ← 0;
end;
```

Figura 2. Algoritmo de Dijkstra (8).

Materiais e métodos: Tendo como base a pesquisa bibliográfica, motivado pelo trabalho intitulado *"Problema de lay out dinâmico baseado em teoria de redes abertas"* de PIERREVAL *et al*, publicado em 2016 (9), a metodologia a ser empregada visa propor o estudo de um modelo de sistema de produção hipotético, com a representação gráfica a partir de Rede de Petri, possibilitando, a partir da representação matricial, a interação com o algoritmo de Dijkstra em MatLab. Como resultado, a resposta do programa será a matriz que representa o caminho de menor custo entre duas estações de trabalho de suposta planta industrial.

O custo está relacionado com os recursos utilizados pela área produtiva, e também com o tempo de processo e preparação de cada estação. Por fim, encontraremos o caminho para produção do item em menor custo da planta para aquele produto naquele momento. Teremos então o fechamento da teoria com a filosofia de manufatura enxuta.

Temos a hipotética planta de produção esquematizada na fig. 3. Importante notar que aos arcos do processo foram atribuídos pesos (p). Os pesos estão diretamente ligados ao custo produtivo de produção da célula.

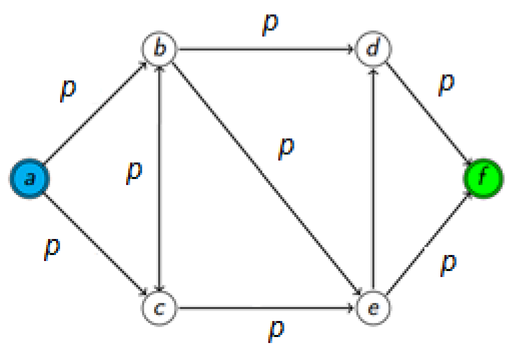

Figura 3. Representação esquemática de um processo de produção.

Assumimos que para percorrer todos os processos produtivos necessários para finalizar a fabricação de determinado produto, temos que sair da célula A e chegar até a célula F da figura 3.

O custo de um produto é variável. De uma maneira bastante macro vamos adotar as seguintes variáveis de custo de fabricação: O câmbio interfere diretamente no custo da matéria prima e sofre oscilações diárias; Apesar do salário do operador ser um valor fixo no mês, bem como os encargos a este operador atribuídos, o seu rendimento produtivo é influenciado pelo fator humano, o que faz o custo da mão de obra ser variável ao longo de um determinado tempo; Podemos ainda atribuir mais uma variável de custo que represente os demais custos do processo de fabricação os quais não estão suscetíveis a variações bruscas, chamados custos fixos. Assim, resumidamente temos:

Peso -> P
Câmbio -> MP -> Y
Rendimento Produtivo -> MO -> X
Tempos -> t
Outros Custos -> Z

Adotaremos então a fórmula geral do custo de cada uma das nossas células conforme a Equação 1, a seguir. A Equação 1 estará inserida no programa para o cálculo do custo das células e consequentemente o cálculo do custo total do produto:

$$((dX/dt + Y) *P) + Z = \text{custo da célula} \qquad \text{Eq.(1)}$$

Uma vez desenvolvido o código de programação em MatLab, este encontrado no anexo A do presente artigo, vamos inserir pesos conhecidos e fáceis de se calcular, para que assim possamos validar a lógica do programa a partir do custo do produto. Logo, os pesos foram atribuídos conforme descrito na primeira coluna da Tabela 1, a seguir.

Tabela 1. Tabela de validação do programa desenvolvido em MatLab.

Pesos	*Matriz AF*	*Caminho Mínimo*	*Custo do Produto*
PAB=2; PAC=4; PBC=2; PCB=2; PCE=1; PBE=3; PBD=4; PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=1;	AF = 1 2 2 2 3 2 3 5 1 5 6 1 0 0 0 0 0 0	A - B - C - E - F	Custo_Produto = 6

Consequentemente obtivemos a matriz AF como resposta ao caminho para menor custo do produto. A maneira correta de interpretar a matriz dar-se-á da seguinte forma: a primeira coluna indica qual a célula de partida do processo, enquanto a segunda coluna indica para qual célula o processo deve seguir, objetivando sempre o menor custo. Assim, observamos que o processo parte da célula 1, ou seja, A, e vai para a célula 2, ou seja B. Observando a segunda linha da matriz, vemos que em seguida o processo parte da célula 2 e vai à célula 3, ou seja de B para C. E assim sucessivamente até que a matriz seja totalmente mapeada e o caminho descrito na terceira coluna da tabela 1 possa ser interpretado (A-B-C-E-F). A terceira coluna da matriz AF indica quanto custa o processo daquela célula. Como estamos, por hora, em fase de validação, estes valores são exatamente aqueles imputados como pesos na coluna 1 da tabela. Observamos então que o custo do produto é calculado pela soma dos valores da terceira coluna da matriz AF (2+2+1+1=6). Validamos assim o código do programa.

A partir da terceira coluna da tabela 1, podemos desenhar o percurso de produção sugerido pelo programa como de menor valor, como pode ser visto na figura 4, a seguir.

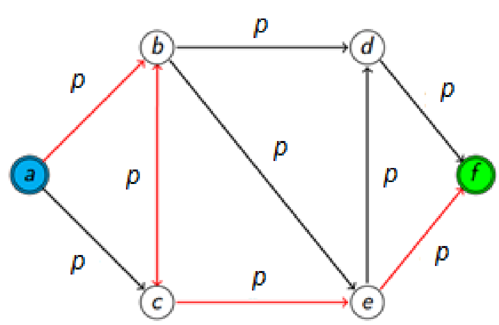

Figura 4. Caminho de menor custo para a produção de “A” à “F”.

TAS Journal
Vol. 1, n. 1, p. 30-39.
MARÇO 2017
jmontezijr@hotmail.com

Resultados: O algoritmo proposto e suas devidas iterações nos levam à inclusão dos dados de entrada do programa, ou seja, a taxa de produtividade de mão de obra, valor que deve estar compreendido entre 0,1 e 1; E o valor do câmbio. Para as simulações registradas neste trabalho, os valores inseridos foram: 0,85 para a taxa de produtividade e 3,20 para o valor de câmbio. Assim, à medida que variamos os pesos, encontramos diferentes caminhos mínimos como resposta. A resposta final do programa é sempre a matriz AF. Os resultados das simulações são apresentados na tabela 2, a seguir.

Tabela 2. Quadro comparativo de matrizes de resposta para o menor caminho para a produção de "A" à "F", à medida que variamos os pesos.

Teste	*Pesos*	*Matriz AF*	*Caminho Mínimo*	*Custo do Produto*
1	PAB=2; PAC=4; PBC=1.5; PCB=1.5; PCE=1; PBE=3; PBD=4; PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=1;	AF = 1.0000 2.0000 9.1000 2.0000 3.0000 7.0750 3.0000 5.0000 5.0500 5.0000 6.0000 5.0500 0 0 0 0 0 0	A - B - C - E - F	Custo_Produto = 26.2750
2	PAB=7; PAC=4; PBC=1.5; PCB=1.5; PCE=1; PBE=3; PBD=4; PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=1;	AF = 1.0000 3.0000 17.2000 3.0000 5.0000 5.0500 5.0000 6.0000 5.0500 0 0 0 0 0 0 0 0 0	A - C - E - F	Custo_Produto = 27.3000
3	PAB=2; PAC=4; PBC=1.5; PCB=1.5; PCE=1; PBE=3; PBD=4; PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=7;	AF = 1.0000 2.0000 9.1000 2.0000 3.0000 7.0750 3.0000 5.0000 5.0500 5.0000 4.0000 13.1500 4.0000 6.0000 9.1000 0 0 0	A - B - C - E - D - F	Custo_Produto = 43.4750
4	PAB=7; PAC=4; PBC=1.5; PCB=1.5; PCE=1; PBE=3; PBD=4; PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=7;	AF = 1.0000 3.0000 17.2000 3.0000 5.0000 5.0500 5.0000 4.0000 13.1500 4.0000 6.0000 9.1000 0 0 0 0 0 0	A - C - E - D - F	Custo_Produto = 44.5000

Conclusões: O programa proposto sugeriu o caminho mínimo adequado, mesmo após variarmos os pesos dos arcos. Isto pode ser afirmado a partir da análise do custo final dos produtos, expressos na quarta coluna da tabela 2. O programa assim, fundamentado pelo algoritmo do caminho mínimo de Dijkstra, sugere o caminho de menor custo para a fabricação de um produto, partindo de uma célula inicial de trabalho até uma célula final.

Como sugestão para trabalhos futuros pode-se estender este código para células de manufatura reais e, ou malhas de Rede de Petri mais complexas do que a proposta neste trabalho.

Agradecimentos: O autor agradece o apoio do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de São Paulo.

Referencias:

(1) PEREIRA, C.A.S., 2010, "Lean Manufacturing, Aplicação do conceito a células de trabalho", Universidade da Beira Interior - UBI, Covilhã, Portugal.

(2) PINTO, J.P., 2008, "Lean Thinking: Introdução ao Pensamento Magro", Comunidade Lean Thinking - CLT.

(3) STRINGARI, M.A., SILVA, O., SILVA, V.B., 2012, "A Implantação do Lean Manufacturing em Pequenas Empresas", Faculdade Horizontina - FAHOR, Rio Grande do Sul, Brasil.

(4) REZENDE, D.M., SILVA, J.F., MIRANDA, S.M., BARROS, A., 2013, "Lean Manufacturing: Redução de Desperdícios e a Padronização do Processo", Faculdade de Engenharia de Resende - FER, Rio de Janeiro, Brasil.

(5) NAKAMOTO, F.Y., 2008, "Projeto de Sistemas Modulares para Controle de Sistemas Produtivos", Universidade de São Paulo, USP, São Paulo – SP, Brasil.

(6) FEOFILOFF, P., 2017, "Algoritmo de Dijkstra – Algoritmos para Grafos", Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo, IME, São Paulo – SP, Brasil.

(7) CERIOLI, M.R., 2015, "Caminho Mais Curto e Algoritmo de Dijkstra", Departamento de Ciência da Computação, Universidade Federal do Rio de Janeiro, UFRJ, Rio de Janeiro – RJ, Brasil.

(8) CORMEN, T.H., LEISERSON, C.E., RIVEST, R.L., STEIN, C., 2002, "Algoritmos – Teoria e Prática", Tradução da 2ª. edição americana. Editora Campus.

(9) PIERREVAL, H., POURVAZIRI, H., 2016, "Dynamic Facility Lay Out Problem Based On Open Queuing Network Theory", European Jounal European Research - Europa.

TAS Journal
Vol. 1, n. 1, p. 30-39.
MARÇO 2017
jmontezijr@hotmail.com

APENDICE A – PROGRAMA EM MATLAB PARA RESPOSTA DA CÉLULA DE MANUFATURA HIPOTÉTICA EM ESTUDO DO CAMINHO MÍNIMO.

```
% Algoritmo do Caminho Mínimo %Jesus Montezi %junho/2017
clear all
clc
Y=sym('Y'); X=sym('X'); t=sym('t'); P=sym('P'); Z=sym('Z');
Custo_da_Celula=((diff('X*t',t)+Y)*P)+Z;  % Resolvendo a
equação de custo por célula
pretty(Custo_da_Celula);
A=[1,2;1,3];  B=[2,3;2,4;2,5];  C=[3,2;3,5];  D=[4,5;4,6];
E=[5,4;5,6];
PAB=2; PAC=4; PBC=1.5; PCB=1.5; PCE=1; PBE=3; PBD=4;
PDE=3; PED=3; PDF=2; PEF=1;
X=input('Entre com o valor da taxa de rendimento, (numero entre
0 e 1): ');
Y=input('Entre com o valor do cambio: ');
Z=1; % Declarado Custo Fixo =1
% Cálculo das Equações dos Arcos:
AB=Z+PAB*(X+Y);  AC=Z+PAC*(X+Y);  BC=Z+PBC*(X+Y);
CB=Z+PCB*(X+Y);  CE=Z+PCE*(X+Y);  BE=Z+PBE*(X+Y);
BD=Z+PBD*(X+Y);  DE=Z+PDE*(X+Y);  ED=Z+PED*(X+Y);
DF=Z+PDF*(X+Y); EF=Z+PEF*(X+Y);
% Matriz AF % Ninho de Ifs:
AF=[0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0;0,0,0];
AF(1,1)=1;
        if AB <= AC
                AF(1,2)=2;
                AF(1,3)=AB;
        else
                AF(1,2)=3;
                AF(1,3)=AC;
        end
        AF(2,1)=AF(1,2);
        if AB <= AC
        if BC <= BD
                if BC <= BE
                        AF(2,2)=3;
                        AF(2,3)=BC;
                else
                        if BE <= BD
                                AF(2,2)=5;
                                AF(2,3)=BE;
        else
                AF(2,2)=4;
                AF(2,3)=BD;
        end end
        end end
        if AB <= AC
        if BD <= BC
                if BD <= BE                AF(2,2)=4;
                        AF(2,3)=BD;
                else
                        AF(2,2)=5;
                        AF(2,3)=BE;
        end
        end
        end
        AF(3,1)=AF(2,2);
        if AB <= AC
        if CE<= CB
                AF(3,2)=5;
                AF(3,3)=CE;
        end end
        if AC <= AB
        if CE<= CB
                AF(2,2)=5;
                AF(2,3)=CE;
        end end
        AF(3,1)=AF(2,2);
        AF(4,1)=AF(3,2);
        if AB <= AC
        if EF <= ED+DF
                AF(4,2)=6;
                AF(4,3)=EF;
        else
                AF(4,2)=4;
                AF(4,3)=ED;
                AF(5,1)=4;
                AF(5,2)=6;
                AF(5,3)=DF;
        end
        end
        if AC <= AB
        if EF <= ED+DF
                AF(3,2)=6;
                AF(3,3)=EF;
        else
                AF(3,2)=4;
                AF(3,3)=ED;
                AF(4,1)=4;
                AF(4,2)=6;
                AF(4,3)=DF;
        nd end
        AF
Custo_Produto=AF(1,3)+AF(2,3)+AF(3,3)+AF(4,3)+AF(5,3)+AF(
6,3)
```

TAS Journal
Vol. 1, n. 1, p. 30-39.
MARÇO 2017
jmontezijr@hotmail.com

Abstract: The earliest mathematical records, about 3000 years before Christ, were found in Mesopotamia, still in cuneiform script. Since then, we have had tremendous contributions from many people. It has been with the development of tools to calculate, such as the abacus made by the Chinese, with memorial inscriptions of equations, such as the Rhind papyrus, collaboration of the Egyptians, and also, correspondence relations between an arithmetic and geometry, by Pythagoras. During the practice of the whole history of humanity, the Math gives subsidy for the development of the areas of science and society as a whole. The applications are as diverse as possible, apply mathematical methods to areas and resolutions of problems that certainly the author of the method did not imagine that could be applied at the moment of its conception. In this case, the model is used for the concept of routes in global positioning systems (GPS), interacting as methodologies originating from the philosophy of the means of Lean Manufacturing or Toyotismo to attend the industrial production lines. The development of this paper boils down to creating a programming code, in MatLab language, based on the logic of Dijkstra, by which it is possible to check the shorter way of the production line. Through interactions without software, MatLab, a logic and the results provided as a response of the program could be cleared. The conclusion is positive, once we can observe the program prints as a response to the input data, the smallest possible way between two points, ie placing a reading of industrial processes and a Lean Manufacturing philosophy: the least cost path possible.

Keywords: *Short Way*, *Dijkstra*, *Lean Manufacturing*, *Mathematical Algorithm*, *MatLab*